

学校编码: 10384

分类号_____密级_____

学 号: 200230027

UDC_____

厦 门 大 学

硕 士 学 位 论 文

卷积码在现代高效纠错编码中的应用

The Applications of Convolutional Codes to Modern
Efficient Error-Correcting Coding

施 俊 杰

指导教师姓名: 王 琳 教授

专 业 名 称: 通信与信息系统

论文提交日期: 2005 年 5 月

论文答辩日期: 2005 年 月

学位授予日期: 2005 年 月

答辩委员会主席: _____

评 阅 人: _____

2005 年 5 月

厦门大学学位论文原创性声明

兹呈交的学位论文，是本人在导师指导下独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考的其他个人或集体的研究成果，均在文中以明确方式标明。本人依法享有和承担由此论文而产生的权利和责任。

声明人（签名）：

年 月 日

摘 要

随着 90 年代初 Turbo 码的发现, 现代纠错编码理论的发展进入了一个新的时期, 级联、交织、低密度等成为近香农限高效纠错编码设计的普遍技术, 而卷积码是一类高效的纠错编码, 作为成员码型继续成为这些新型组合纠错编码的重要选择。

本文从卷积码的基本概念出发, 介绍了卷积码的定义与构造方式, 详细阐述了卷积码的矩阵与多项式描述, 探讨了生成矩阵的特性、构造方法和与卷积码诸多性质的关系, 给出了一些设计原则, 并给出了卷积码的三种图形描述方式以及它们在译码算法方面的应用。

在现代纠错编码方案中, 卷积码既可以作为成员码参与其中, 又可以以单一码型的形式发挥作用, 第三章和第四章就分别从这两个方面进行了阐述。

第三章介绍了 Turbo 码的编译码原理和常用译码算法。介绍了卷积码的自由距离, 分析了自由距离对 Turbo 码性能的影响; 分析了分量码采用递归系统卷积码、用本原多项式作为反馈连接多项式以及做归零处理对 Turbo 码性能的影响; 文中还介绍了活性距离的概念, 以及活性距离与 Turbo 码纠错性能的关系; 引入了斜率因子的概念, 提出用斜率因子评价 Turbo 码性能的新思路, 并以仿真结果说明了该方法的简便和有效性。

第四章首先介绍了低密度卷积码 LDC, 详细阐述了 LDC 码的迭代译码方法, 给出了构造 LDC 码校验矩阵的方法和限制条件。最后通过仿真说明了 LDC 码的纠错能力与各项参数的关系, 指出了其应用前景。

关键词: 卷积码; 距离; 低密度

厦门大学博硕士论文摘要库

Abstract

With Turbo codes found in early 90s, the modern error-correcting coding theory has come into a new stage. Concatenation, interleaving and low density become popular choices in the designing of near Shannon limit error-correcting codes. Convolutional codes are a set of efficient error-correcting codes, and they can serve as a good choice for member codes in these new combination codes.

Basic concepts of convolutional codes are introduced first, then their definitions and constructions are given. The matrix and polynomial description of convolutional codes are introduced in details. Some designing principles are provided through an analysis of the generator matrix and the code properties. Three methods of describing convolutional codes in graphics are presented, followed by the using of them in the decoding. In modern error-correcting coding schemes, convolutional codes can be used as member codes or work independently. The third and forth chapter expatiate them respectively.

In the third chapter, the theory of Turbo codes and popular decoding algorithms are introduced first. The free distance of convolutional codes and the affection of them on the performance of Turbo codes are presented. What a recursive systematic convolutional encoder using a primitive polynomial as recursive polynomial does on the performance of Turbo codes is analyzed, and so the terminating of the encoder. Active distances of convolutional codes and the affection on the performance of Turbo codes are introduced. The slope of convolutional codes and a new mothod of evaluating Turbo codes' performance by it are purposed. Simulation results prove the efficiency and simplicity about the new method relatively to the traditional ones.

The forth chapter introduces a low-density convolutional (LDC) code, followed by the iterative decoding algorithm. The method and principle of constructing the check matrices of LDC codes are given too. The simulation results show the relation between parameters of LDC codes and the error-correcting performance. The future applications are pointed out in the end.

Keywords: convolutional code; distance; low density

厦门大学博硕士论文摘要库

目 录

第一章 绪论	1
1.1 数字通信系统与纠错编码	1
1.2 信道编码理论与技术的发展	3
1.3 卷积码的应用	5
1.4 本文的研究工作和安排	6
第二章 卷积码理论	8
2.1 卷积码的基本概念	8
2.2 卷积码的矩阵和多项式描述	9
2.3 误差传播与恶性码	14
2.4 矩阵的等价与基本编码矩阵	16
2.5 卷积码的图形描述	18
第三章 卷积码在 Turbo 码中的应用	23
3.1 Turbo 码的提出	23
3.2 Turbo 码编译码方案	24
3.3 Turbo 码译码算法	27
3.3.1 MAP 算法	27
3.3.2 Turbo 码的其他译码算法	32
3.4 分量码对 Turbo 码性能的影响	34
3.4.1 卷积码的距离度量	34
3.4.2 分量码不同配置对 Turbo 码性能的影响	37
3.4.3 斜率因子对 Turbo 性能的影响	39

第四章 低密度卷积码 (LDC)	41
4.1 LDC 码的定义与构造方法	41
4.2 LDC 码的迭代译码算法	44
4.3 非退化 LDC 码的设计	47
4.4 LDC 码的性能与各项参数的关系	49
第五章 总结与展望	51
参考文献	52
附录	55
致 谢	56

Contents

Chapter1: Introduction	1
1.1 Digital communication system and error-correcting coding.....	1
1.2 Development of channel coding theory and technology	3
1.3 Applications of convolutional codes.	5
1.4 Major content of thesis	6
Chapter2: Theory of convolutional codes	8
2.1 Basic concepts of convolutional codes	8
2.2 Matrix and polynomial description of convolutional codes	9
2.3 Error spreading and catastrophic codes	14
2.4 Equivalence of matrices and basic encoding matrix	16
2.5 Describing convolutional codes in graphics.....	18
Chapter3: Application of convolutional codes to Turbo codes....	23
3.1 Introduction of Turbo codes.....	23
3.2 Coding and decoding scheme of Turbo codes.....	24
3.3 Decoding algorithm of Turbo codes.....	27
3.3.1 Map decoding algorithm	27
3.3.2 Other decoding algorithms.....	32
3.4 Affection of component encoder on the performance of Turbo codes	34
3.4.1 Distances of convolutional codes.....	34
3.4.2 Affection of component encoder	37
3.4.3 Affection of slope.....	39
Chapter4: Low-density convolutional (LDC) codes.....	41
4.1 Definition and construction	41
4.2 Iterative decoding algorithm	44
4.3 Designing of nondegenerated LDC codes	47

4.4 Affection of parameters on the performance of LDC codes	49
Chapter5: Summary and expectation	51
References.....	52
Appendix.....	55
Acknowledgement.....	56

厦门大学博硕士论文摘要库

第一章 绪论

1.1 数字通信系统与纠错编码

当今社会已经步入了信息时代，持续增长的对信息交换的需求推动了通信技术的不断发展。通信的目的就在于快速可靠地传输双方不知道的信息，但是在一个实际的数字通信系统中可靠性与快速性往往是一对矛盾。快速的传输必然带来每个数据码元所占时间的缩短、波形变窄、能量减少，在受到干扰后产生错误的可能性必然增加，可靠性降低；若要求高可靠性，则只能使传输速率变慢。如何合理解决速度与可靠性这对矛盾成了正确设计一个通信系统的关键问题之一。差错控制技术正是在解决这对矛盾中不断发展起来的。

下图可以表示数字通信系统的一般组成。

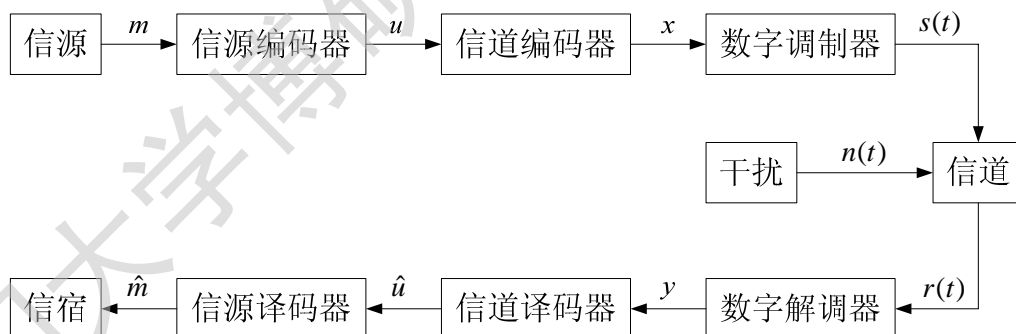


图 1.1 数字通信系统模型

这里关心的是图中的信道编码器和信道译码器，即纠错编译码。纠错编码人为地增加一些冗余度，使其具有自动检错或纠错的能力，在译码端能抵抗传输过程中的各种干扰，达到降低误码的功能。纠（检）错码的纠（检）错能力既与本身的编码性能有关，也跟信道有关。

在数字通信系统中，利用纠（检）错码进行差错控制的方式有以下几类：

（1）反馈重发方式（ARQ）：译码器对接收到的码元序列进行判决，判断是否有错误产生，并将判决信息通过反馈信道告诉发送端。这种方式优点是适应性强，而且能使整个系统的纠错能力极强，因为在同样多的冗余码元下，检错能力比纠错能力要高得多。其缺点是需要反馈信道，实时性和连贯性较差。

（2）前向纠错方式（FEC）：译码器不仅能发现码元序列是否有错，还能自动纠正其中的错误。这种方式不需要反馈信道，实时性好，能用于广播通信。但是译码设备比较复杂，所选用的纠错码必须与信道干扰情况相匹配，适应性差。而且为了获得低误码率，往往要以最坏的信道条件来设计纠错码，冗余度必然增加，编码效率必然降低。幸好随着编码理论的不断发展和大规模集成电路制造技术的提高，译码设备可以做得越来越简单，成本越来越低，因而在实际的数字通信系统中这种方式得到了广泛应用。

（3）混合纠错方式（HEC）：译码器对接收码元进行检错判断，如果在纠错码的纠错能力以内则自动进行纠错；如果错误太多超过了设计的纠错能力，但仍能检测出来，就通过反馈信道要求发送端重新传送。这种方式在一定程度上克服了反馈重发方式连贯性差和前向纠错方式译码设备复杂的缺点，并能获得较低的误码率，因此也得到了广泛的应用。

实际上，任何一类码型，按照译码方法不同，都可作为检错码或纠错码使用。纠错码可以有多种分类方式，比如按照对信息元处理的方法不同，可分为分组码和卷积码；按照校验元与信息元之间的关系可分为线性码与非线性码；按照每个码元取值范围可分为二进制码与多进制码；按照纠正错误的类型可分为纠突发错误的码、纠随机错误的码、纠同步错误的码和既能纠突发错误又能纠随机错误的码；按照对每个信息元的保护能力是否相等还可分为等保护纠错码与不等保护纠错码。

1.2 信道编码理论与技术的发展

1948 年,美国贝尔实验室的 C.E.Shannon 发表了一篇奠基性的论文《通信的数学理论》^[1],首次提出了著名的信道编码定理。定理指出,任一通信信道都存在一个信道容量 C ,它是信道的最大极限传输能力,如果实际传输速率 $R < C$,就能在信道中实现无差错的传输。

信道编码定理有三个基本条件:

- 采用随机编码与译码方式;
- 编译长度趋于无穷,即分组的码组长度无限;
- 采用最大似然译码算法。

后来 Gallager 给出了误码率 P_e 的指数界表示形式^[2]:

$$P_e \leq e^{-LE(R)}$$

其中 L 为编译码长度, $E(R) > 0$ 为可靠性函数,取决于不同的编译码方式。

在实际应用中,最大似然译码算法 (MLDA: maximum likelihood decoding algorithm) 的译码复杂度随着码长 n 的增加而指数增加,MLDA 变得几乎无法实现。所以人们面临着如下三个问题:(1) 寻找好的长码;(2) 寻找实用的编码方法;(3) 寻找实用的译码算法。长期以来,理论发展和技术研究都把重点放在了寻找好码和有效的译码算法上。

最初由于译码的复杂度,人们将方向放在短码上,即寻找一种可译码的结构,使短码具有尽可能大的最小码距,能够相对于未编码提供一定的编码增益,但是与信道编码定理的要求相去甚远。因此人们以短码为基础构造了串接式的级联码型,如 1966 年 Forney 提出的串行级联码^[3],乘积码等,以期构造出具有较大等效分组长度的码型,并允许将最大似然译码分成几个较简单的步骤,从而得到一种次优但可行的译码方法。这种方法在远离信道容量的条件下有着优异的性能,其误码率逼近了 Shannon 限,因此在无需追求传输效率的深空通信获得了成功的应用,如伽利略号实验采

用的内码(4, 1, 15)卷积码和外码(255, 223)RS码级联码型。但是一旦传输速率接近信道容量,这种优势迅速消失,因为由短码级联而成的长码,其渐进性能仍然是由其内、外码的性能所决定的,这也是所有已知短码存在的一个固有特点,是这种级联码型不可逾越的鸿沟。

在此基础上,为了进一步提高通信系统的性能,人们从信息论的角度对接收机中的解调器和信道译码器的功能和接口做了重新审视,提出了软判决译码算法。传统上一般认为接收机应这样设计:解调器先对输入符号做一个最佳判决,再将硬判决送给译码器,译码器再做一个最佳判决,以纠正解调器可能的判决错误。实际上,如果解调器能送给译码器关于输入符号的似然信息,则译码器将其和编码信息结合进行判决可以获得更好的系统性能,即实际判决是译码器而不是解调器的任务,这就是“软判决”。软判决译码算法可分为两类,一类是使符号错误概率最小的逐位软判决算法,如1974年提出的BCJR前向后向递推MAP算法^[4];另一类是使码字错误概率最小的逐组软判决算法,如Viterbi算法^[5]。值得一提的是BCJR算法,它适用于所有的线性分组码和卷积码,但是由于算法复杂,因此刚提出时并未引起太大注意,直到Turbo码的出现才赋予了它新的活力。

在串行级联码等组合码型的情况下,人们也提出了软判决输出译码的思想,即内码译码器输出其符号的可靠性软信息而不是硬判决,则外码译码器也可以进行软判决译码,整系统的性能也可以获得进一步提升。软输出译码实现了解调器、内码译码器和外码译码器之间的信息转移。

以上这些译码方案相对于最大似然译码算法来说复杂度已经大大减少,但并未充分挖掘信道编码定理的潜力,因此使系统突破信道截止速率,最终达到信道容量,多少年来一直只是一个梦想。因为人们一直认为,Shannon引用长随机序列的渐进等同分隔的A.E.P特性以及在其基础上的随机编译码思想不过是为了证明其三个编码定理而采用的一种数学方法和手段,并未给予足够的重视。实际上,随机化思想正是Shannon理论的精华,

Turbo 码的问世很好地体现了这一点。

另外, 作为信道编码理论另一个研究方向的限带信道上的编码技术从八十年代开始也获得了飞速发展。从信息论的角度来看, 编码器与调制器是结合在一起共同完成信道编码任务的, 编码与调制同属信号检测, 将两者作为一个整体考虑能进一步提高系统性能。Ungerboeck 于 1982 年提出的 TCM 网格编码调制技术^[6]奠定了限带信道上编码调制技术的基础, 其主要优点是在提高系统功率的同时并不扩展系统所占用的带宽, 特别适合于如今既要求高带宽效率又要求小天线低功率的移动通信系统。鉴于 TCM 技术在衰落信道上表现欠佳, Turbo-TCM 技术已经进入了人们的视野。而随着传输速率的进一步提高, 人们又将编码与多载波调制技术结合, 诞生了 COFDM 技术。目前多载波 CDMA 已成为宽带无线通信网的支柱技术之一。

1.3 卷积码的应用

卷积码是 Elias 于 1955 年提出的, 它与分组码最大的不同在于, 卷积码的编码中, 本组的 $n_0 - k_0$ 个校验元不仅与本组的 k_0 个信息元有关, 而且还与以前各时刻输入到编码器的信息组有关。同样, 在卷积码的译码过程中不仅要从本时刻接收到的码组中提取译码信息, 而且还要利用以前或以后各时刻的接收码组提取有关信息。另外, 卷积码码组的码长 n_0 和信息位长度 k_0 也通常要比分组码的 n 和 k 要小。

正是由于在卷积码的编码过程中充分利用了各码组之间的相关性, 而且 n_0 和 k_0 比较小, 因此在与分组码同样的码率 R 和设备复杂度条件下, 无论从理论上还是从实际上均已证明卷积码的性能至少不比分组码差, 而且实现最佳和准最佳译码也比分组码容易。所以, 从信道编码定理来看, 卷积码是一种非常有前途的码类。但是, 由于卷积码各组之间存在相关性, 在卷积码的分析过程中, 找不到像分组码那样有效的数学工具, 以致性能

分析比较困难，从分析上得到的成果也不像分组码那么多，往往还要借助计算机的搜索来寻找好的卷积码。

随着编码理论与技术的发展，卷积码的使用延伸到了级联码型中。在最初的级联码型中，普遍的结构是用卷积码作为内码而用 RS 码作为外码。内码采用约束长度短的卷积码和最大似然译码算法，外码则用高码率的多进制 RS 码和代数译码结构，这种方案在低码率情况下纠错性能很好，但是在高码率下则离香农限有相当的距离。而 1993 年 Turbo 码的提出则为达到信道容量提供了实例与思路。Turbo 码可以视为级联码的一种修正，在用卷积码并行级联的基础上引进了交织，并在译码中采用了迭代译码的方法，这些关键思想与技术在后来的纠错编码研究中得到了充分的应用，已经成为了一种模式，如后来的串行级联码（SCCC）^[7]，Woven^[8]码等。

随着低密度的长帧码型 LDPC 码在 90 年代重新得到发现，低密度卷积码 LDC 也出现了^[9]。理论和仿真都证明，LDC 码也具有优秀的纠错性能，应用上特别适合对时延要求不敏感的场所如深空通信等。

1.4 本文的研究工作和安排

本文分析了卷积码的基本特性，并分别对卷积码在 Turbo 码和 LDC 码中的应用进行了讨论，从理论分析和实验仿真的角度说明了它们的应用和特点，具体安排如下：

- 第二章具体介绍了卷积码的基本概念，说明了卷积码的基本描述方法，并在此基础上说明了其基本特性、设计原则、编译码方法等，特别是对卷积码的生成矩阵和设计方法做了详细的讨论。

- 第三章介绍了 Turbo 码的原理和编译码方案，简要推导了 Turbo 码的常用译码算法，介绍了卷积码的距离特性指标，并着重讨论了作为分量码的递归卷积码编码器的各项参数对 Turbo 码性能的影响，提出了用卷积码的斜率因子评价 Turbo 码的新思路。

Degree papers are in the "[Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database](#)". Full texts are available in the following ways:

1. If your library is a CALIS member libraries, please log on <http://etd.calis.edu.cn/> and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to etd@xmu.edu.cn for delivery details.

厦门大学博硕士论文摘要库